

EJERCICIOS PARA TRABAJAR CON VECTORES

- Una nadadora intenta cruzar la piscina. Las ecuaciones paramétricas que determinan su trayectoria son $x = 4t + 2$ e $y = 3t$, en unidades del SI. Determina:
 - El vector de posición en $t = 0$ s y en $t = 5$ s.
 - La distancia al origen para $t = 5$ s.
 - El vector desplazamiento entre los instantes $t = 0$ s y $t = 5$ s, y su módulo.
 - La ecuación de la trayectoria en unidades del SI.

Sol. a) $(2, 0)$ m, $(22, 15)$ m; b) 26,6 m; c) $(20, 15)$ m, 25 m; d) $y = 3(x - 2)/4$

- Respecto a un sistema de referencia, el movimiento de una pelota viene determinado por la ecuación $\vec{r} = 2t\vec{i} + (3t^2 + 2)\vec{j}$, en unidades del SI. Determina:
 - El vector de posición inicial.
 - La posición en el instante $t = 3$ s.
 - La ecuación de la trayectoria.
 - El vector desplazamiento que corresponde al intervalo de tiempo transcurrido entre el instante inicial y $t = 3$ s, así como su módulo. ¿Es esa la distancia recorrida realmente por el objeto?

Sol. a) $2\vec{j}$ m; b) $(6\vec{i} + 29\vec{j})$ m; c) $y = \frac{3}{4}x^2 + 2$; d) $(6\vec{i} + 27\vec{j})$ m, 28 m.

- Una persona sale de su casa y se dirige a la panadería más cercana, que se encuentra en línea recta a 200 m. Avanza a una velocidad constante de 1,4 m/s. Permanece en la tienda 2,0 min y regresa a su casa a una velocidad de 1,8 m/s. Calcula su velocidad media, el desplazamiento y la longitud de la trayectoria realizada. Elabora una gráfica velocidad tiempo.

Sol. $v_{media} = 1,1 \frac{m}{s}$; $\Delta x = 0$ m; $\Delta s = 400$ m.

- El vector de posición de una atracción que consiste en someter a las personas a una gran aceleración lineal es $\vec{r}(t) = 6t^2\vec{i}$. Calcula:
 - El vector velocidad media entre $t = 1$ s y $t = 4$ s.
 - El vector velocidad instantánea en $t = 1$ s.

Sol. a) $v_m = 30\vec{i} \frac{m}{s}$; $\vec{v} = 12\vec{i} \frac{m}{s}$

- Una nave espacial evoluciona según las siguientes ecuaciones: $x(t) = 3t^2 - 1$, $y(t) = t^2$. Calcula:
 - La ecuación de la trayectoria.
 - La velocidad media entre 1 y 3 s.
 - La velocidad instantánea y su módulo en un instante cualquiera.

Sol. a) $y = \frac{(x+1)}{3}$; b) $(12, 4)$ m · s⁻¹; c) $(6t, 2t)$ m · s⁻¹, $t\sqrt{40}$ m · s⁻¹

- Buscar algún ejercicio en Internet para repasar gráficas posición – tiempo y hacerlo.
- Una partícula se mueve a lo largo de una curva, de forma que las componentes cartesianas de la velocidad son $v_x = t^2$, $v_y = t^2 - 4t$, en unidades del SI. Halla la aceleración en función del tiempo y calcula su módulo en $t = 1,0$ s.

Sol. $(2t, 2t - 4)$ m · s⁻²; $2\sqrt{2}$ m · s⁻²

- Dada la trayectoria $s = 15t^3$, ¿es constante la aceleración?

9. Un ciclista describe una curva de 30 m de radio a velocidad constante de 15 m/s. Halla su aceleración. Sol. $7,5 \text{ m/s}^2$.
10. Un tren que parte del reposo va por una vía circular de radio 300 m. Se desplaza con movimiento circular uniformemente acelerado hasta que a los 23 s de iniciada su marcha alcanza una velocidad de 36 km/h, que mantiene constante a partir de ese momento. Calcula su aceleración tangencial y normal en a) $t = 23 \text{ s}$; b) $t = 30 \text{ s}$.

Sol. a) $a_t = 0,43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $a_n = 0,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; b) $a_t = 0$; $a_n = 0,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

EJERCICIOS RELACIONADOS CON TIPOS DE MOVIMIENTOS (MRU, MRUA)

11. Un ciclista entra en el tramo de carretera recto de 12 km que lleva a la meta con una velocidad de 40 km/h, que mantiene constante. A los 2 minutos entra en el tramo otro ciclista, de forma que lleguen los dos juntos a la meta. ¿A qué velocidad iba el segundo ciclista? Sol. 45 km/h.
12. Un coche se desplaza en línea recta. En la tabla se muestra su posición para diferentes instantes de tiempo. Comprueba que se trata de un MRU, representa las gráficas x-t y v-t y escribe la ecuación del movimiento. Sol. c) $x = 5 + 100 \cdot t$ (x en km y t en h).

x (km)	5	15	20	25	30	35	40	45
t (h)	0,00	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40

13. En una etapa de 200 km de una vuelta ciclista se han registrado, en un punto que dista 50 km del inicio, las velocidades de los dos primeros clasificados. El segundo pasó a una velocidad constante de 50 km/h y 2,0 min después pasó el que finalmente sería el primer clasificado, a una velocidad constante de 55 km/h. Halla:
- Con qué diferencia de tiempo llegan a la meta. Sol. 0,25 h.
 - Qué distancia les separa cuando el primer clasificado cruza la meta. Sol. < 15 km.
14. Un alumno que se dirige al colegio sale de casa y recorre en línea recta 100 m en 4,0 min. Después gira a la derecha y recorre en línea recta 200 m en 8,0 min. Luego acorta camino girando a la izquierda para recorrer 50 m en línea recta en 1,0 min. Calcula las diferentes velocidades de cada tramo y representa gráficamente x-t. Sol. 0,42 m/s; 0,42 m/s; 0,83 m/s.
15. Dos automóviles viajan en la misma dirección y sentido, con una separación de 6,0 km. El que va primero circula a 60 km/h y el de detrás a 100 km/h. Determina numérica y gráficamente cuánto tiempo tarda el segundo en alcanzar al primero y en qué kilómetro. Sol. a) 9 min; b) 15 km.
16. Un guepardo intenta cazar a su presa. Cuando este corre a 50 km/h con una aceleración de $3,0 \text{ m/s}^2$, la presa, que está a 100 m, empieza a correr con una aceleración de $2,0 \text{ m/s}^2$. ¿A qué distancia el guepardo caza a su presa? ¿Qué velocidad llevan en ese momento cada uno de ellos?
- Sol. a unos 135 m de la posición inicial del guepardo; $v_g = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_p = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
17. Desde un puente lanzamos una piedra verticalmente hacia abajo con una velocidad de 8,0 m/s. Si la piedra tarda 3,0 s en llegar al agua, determina:
- La velocidad con que llega al agua. Sol. 37 m/s.
 - La altura del puente. Sol. 68 m.
18. Lanzamos hacia arriba, desde una altura de 0,50 m, una moneda al aire con una velocidad de 2,0 m/s. ¿A qué velocidad toca el suelo? ¿Qué altura llega a alcanzar la moneda?
- Sol. $v = -3,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $y_{\text{máx}} = 0,70 \text{ m}$

19. Un niño deja caer una piedra desde lo alto de un árbol a 4,0 m del suelo. Simultáneamente, una niña lanza una piedra desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 6,0 m/s. ¿A qué distancia del suelo coinciden las dos piedras en sus respectivas trayectorias? Sol. 1,8 m.

EJERCICIOS RELACIONADOS CON COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS

20. Un oso intenta cruzar un río de 300 m de ancho a una velocidad de 3,0 m/s perpendicular a la corriente del río, que es de 2,0 m/s. Calcula:
- La velocidad del oso con respecto a un S.R. fijo en la orilla. Sol. 3,6 m/s.
 - El tiempo que tarda en atravesar el río. Sol. 100 s.
 - La distancia recorrida por el oso con respecto a un S.R. fijo en la orilla. Sol. 360 m.
21. Una manguera lanza agua horizontalmente a una velocidad de 10 m/s desde una ventana situada a 15 m de altura. ¿A qué distancia de la pared de la casa llegará el chorro de agua al suelo?
Sol. 17,5 m.
22. En lanzamiento de jabalina, el récord del mundo femenino lo tiene desde 2008 la atleta Saori Kido que la lanzó a una distancia de 72,28 m. Si lo hizo bajo un ángulo de 45° , calcula:
- La velocidad del lanzamiento. Sol. 27 m/s.
 - El tiempo que la jabalina estuvo en el aire. Sol. 3,8 s.
23. En un partido de fútbol un jugador chuta un penalti. La pelota sale del punto de penalti con una velocidad de 15,0 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal. El punto de penalti está a 11,0 m de la línea de gol y la portería tiene 2,44 m de altura. ¿Logrará la pelota entrar en la portería?
Sol. 2,87 m (ha ido alta).
24. Un balón es lanzado con un ángulo de 60° por encima de la horizontal y recorre una longitud de 50 m en el campo de fútbol. Calcula la velocidad inicial y la altura que alcanzó. Sol. 23,8 m/s; 21,7 m.
25. Una pelota rueda con velocidad constante sobre una mesa situada a 2,5 m del suelo. Al llegar al borde cae de forma que a los 0,4 s se encuentra separada horizontalmente de la mesa una distancia de 1 metro. Determinar la velocidad a la que rodaba la pelota sobre la mesa, la distancia a la que se encontrará horizontalmente la pelota cuando impacte contra el suelo y la distancia de la pelota con respecto al suelo a los 0,4 s. Sol. 2,5 m/s; 1,77 m; 1,72 m.
26. Desde un acantilado de 100 m de altura se lanza una piedra a una velocidad de 40 m/s que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcula:
- La velocidad (en forma vectorial) con que llegará la piedra al mar. Sol. $\vec{v} = 35\vec{i} - 49\vec{j}$ m/s
 - El alcance máximo. Sol. 244 m.
27. Ejercicio de ampliación: Un esquiador de la modalidad de salto desciende por una rampa, que supondremos un plano inclinado que forma 13° con la horizontal y de 50 m de longitud, en un tiempo de 6,7 s. El extremo inferior de la rampa se encuentra a 14 m sobre el suelo horizontal. Suponiendo que parte del reposo, calcula:
- La velocidad que tendrá al abandonar la rampa. Sol. 15 m/s.
 - La distancia horizontal que recorrerá en el aire antes de llegar al suelo. Sol. 20 m.
28. Ejercicio de ampliación: Se dispara un proyectil con una velocidad de 300 m/s y una inclinación de 60° con respecto a la horizontal. Halla:
- La velocidad del proyectil en el punto más alto de su trayectoria. Sol. 150 m/s.
 - El ángulo entre la velocidad y la aceleración 6,0 s tras el lanzamiento. Sol. 143° .
 - El módulo de la velocidad cuando está a 400 m de altura. Sol. 280 m/s.

EJERCICIOS DE MOVIMIENTO CIRCULAR

29. Un coche entra en una curva de radio 250 m a una velocidad de 60 km/h. Calcula la velocidad angular y la aceleración normal. Sol. a) $0,067 \text{ rad/s}$; b) $1,1 \text{ m/s}^2$
30. Calcula la velocidad lineal del borde de una rueda de 75 cm de diámetro si gira a 1000 rpm. Sol. $39,27 \text{ m/s}$.
31. Un disco de 12 cm de radio gira a 450 rpm. Calcula:
- La velocidad angular en unidades del SI. Sol. $15\pi \text{ rad/s}$.
 - La velocidad lineal en el borde y a 3 cm del centro. Sol. $5,65 \text{ m/s}$ y $1,41 \text{ m/s}$.
32. Una rueda de 100 cm de radio gira con una velocidad angular de 900 vueltas por minuto. Determina la velocidad angular rad/s, el periodo y la velocidad lineal de un punto de su periferia. ¿Cuánto tiempo tardará en girar un ángulo de $0,5 \text{ rad}$? Sol. $30\pi \text{ rad/s}$; $0,067 \text{ s}$; $94,25 \text{ m/s}$; $0,0053 \text{ s}$.
33. La Estación Espacial Internacional se encontraba en junio de 2012 a 400 km de la superficie terrestre, dando una vuelta en su órbita cada 91 min. Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$. Calcula:
- Las vueltas que daba en un día. Sol. 16 vueltas.
 - La velocidad lineal a la que orbitaba. Sol. $7,8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
34. Una rueda que gira a 300 r.p.m. comienza a frenar con una aceleración constante de $2,0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$. Determina:
- El tiempo que tarda en pararse. Sol. $5\pi \text{ s}$.
 - Las vueltas que da hasta detenerse. Sol. $25\pi^2 \text{ rad}$.
 - La distancia lineal recorrida por un punto que dista 20 cm del centro de la rueda. Sol. $5\pi^2 \text{ m}$.
35. Un disco de 15 cm de radio, inicialmente en reposo, acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de 5 rad/s en 1 min. Calcula:
- La aceleración angular.
 - La velocidad lineal de un punto de la periferia a los 25 s de iniciarse el movimiento.
 - La aceleración tangencial en dicho punto.
 - El número de vueltas que da en 1 minuto.
- Sol. a) $0,08 \text{ rad/s}^2$; b) $0,3 \text{ m/s}$; c) $0,01 \text{ m/s}^2$; d) 23 vueltas.
36. Una lavadora inicia el centrifugado a 50 rpm y en 2 min acelera uniformemente hasta 1600 rpm, velocidad que mantiene durante 10 min. Halla la aceleración angular del tambor y las vueltas que da durante los 7 min siguientes al inicio de la aceleración.
- Sol. $\alpha = 1,35 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$ y da $9,64 \cdot 10^3$ vueltas.
37. Un DVD, cuyo diámetro es de 12 cm, gira a 500 rpm y tarda 3,0 s en pararse. Calcula:
- La aceleración angular. Sol. $\alpha = -18 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$
 - El número de vueltas completas que da antes de pararse. Sol. 12 vueltas.
 - La aceleración normal y tangencial de un punto de la periferia cuando $t = 0 \text{ s}$. Sol. $a_n = 170 \text{ m/s}^2$ y $a_t = -1,1 \text{ m/s}^2$
38. Un coche se mueve con velocidad constante de 100 km/h. Comienza a frenar y se detiene en 25 s. Si el diámetro de las ruedas es de 60 cm, calcula:
- El periodo y la frecuencia de las ruedas antes de frenar. Sol. $0,0679 \text{ s}$; $14,74 \text{ Hz}$.
 - La velocidad angular a los 5 s. Sol. $74,074 \text{ rad/s}$ (necesitarás calcular antes la α).
 - El número de vueltas que dan las ruedas desde que comienza a actuar el freno hasta que el coche se para. Sol. 184,2 vueltas.